

# (103D) ピッチ角保持 3 (ピッチ角保持 2 + 内部モデル制御)

2019(R1). 10. 27(D) 片柳亮二

## 1. ピッチ角保持 2 の設計

ピッチ角保持 3 の制御則は、図 1.1 に示すピッチ角保持 2 の最適ゲイン計算をまず行う必要がある。この計算を行うことにより、図 1.1 のゲインがファイルに保存される。「ピッチ角保持 3」では、その保存されたファイルのゲインを用いて内部モデル制御を構築していく。ピッチ角保持 2 の計算については、「ピッチ角保持 2」の資料にまとめているので、それを参照願いたい。

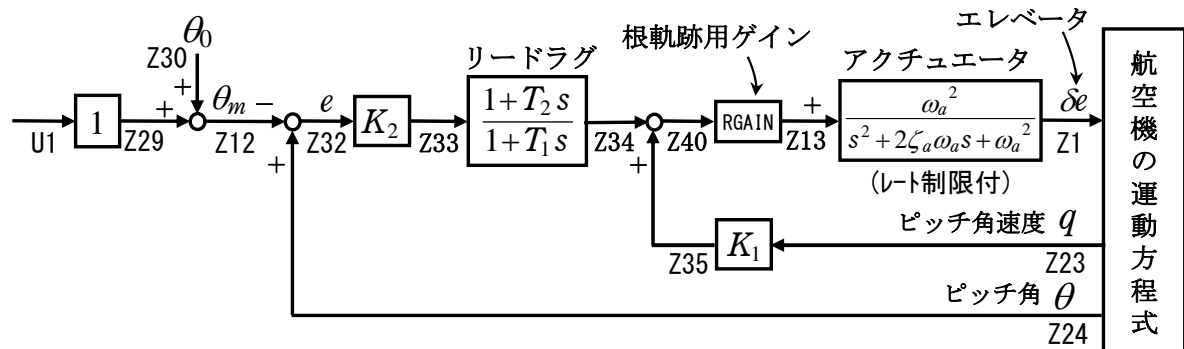


図 1.1 ピッチ角保持 2 の制御系

## 2. ピッチ角保持 3 の設計

ピッチ角保持 2 によるシミュレーション結果をみると、十分安定であるが、ピッチ角コマンドに対して、ピッチ角 ( $\theta$ ) の応答が十分追従していない。これは、 $\theta/\theta_m$  の極と零点が離れているためである。そこで、ピッチ角をコマンドに追従させるために、ピッチ角保持 2 に内部モデル制御を適用したピッチ角保持 3 の設計を行う。

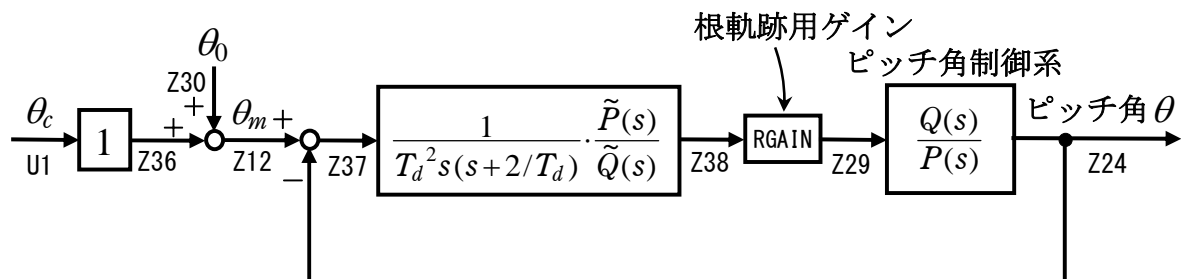


図 2.1 内部モデル制御のブロック図

図 2.1 は、図 1.1 のピッチ角制御系に内部モデル制御を適用したブロック図である。ここで、 $\theta/Z29$  のピッチ角制御系は、図 1.1 に示したもので、その極・零点は次の値である。

```

***** POLES AND ZEROS *****
POLES( 7), EIVMAX= 0.2952D+02                                (ωA^2)
N      REAL      IMAG      ↑
1  -0.20662783D+02  -0.21089560D+02 [ 0.6998E+00, 0.2952E+02]
2  -0.20662783D+02   0.21089560D+02  周期 P(sec)= 0.2979E+00
3  -0.99391726D+00  -0.99401198D+00 [ 0.7071E+00, 0.1406E+01]
4  -0.99391726D+00   0.99401198D+00  周期 P(sec)= 0.6321E+01
5  -0.26646899D+00  -0.26675018D+00 [ 0.7067E+00, 0.3770E+00]
6  -0.26646899D+00   0.26675018D+00  周期 P(sec)= 0.2355E+02
7  -0.55986523D-01   0.00000000D+00
ZEROS( 3), II/JJ= 7/ 1, G= 0.9074D+03 ⇒G
N      REAL      IMAG
1  -0.78899022D+00   0.00000000D+00
2  -0.32701111D+00   0.00000000D+00
3  -0.50218987D-01   0.00000000D+00

```

### 3. 内部モデル制御について

ピッチ角保持 2 の制御系の結果から， $\theta/Z29$  のピッチ角制御系の極の内，**アクチュエータ極は省略**すると，内部モデル制御の制御対象のモデルは次のように表される．

$$\frac{\theta}{Z29} = \frac{Q(s)}{P(s)} = \frac{(G=)907.4}{(\omega_A^2=)29.52^2} \times \frac{(s+0.7890) \cdot (s+0.3270) \cdot (s+0.05022)}{(s+0.05599) \cdot [0.7071, 1.406] \cdot [0.7067, 0.3770]}$$

ここで， $[\zeta, \omega]$  の表現は， $[s^2 + 2\zeta\omega s + \omega^2]$  を省略したものである．

これから，制御対象の逆関数に分母分子の次数を合わせて次のようにおく．

$$\frac{1}{T_d^2 s(s+2/T_d)} \cdot \frac{\tilde{P}(s)}{\tilde{Q}(s)} = \frac{1}{T_d^2} \cdot \frac{(\omega_A^2=)29.52^2}{(G=)907.4} \times \frac{s+0.05599}{s+0.7890} \cdot \frac{[0.7071, 1.406]}{s(s+2/T_d)} \cdot \frac{[0.7067, 0.3770]}{(s+0.3270) \cdot (s+0.05022)}$$

ここで， $T_d=0.5$  (s) と仮定すると，この式の右辺の定数項と 1 次/1 次式は

$$\begin{aligned} \frac{1}{T_d^2} \cdot \frac{(\omega_A^2=)29.52^2}{(G=)907.4} \cdot \frac{s+0.05599}{s+0.7890} &= 3.841 \times 0.07096 \frac{1+17.86s}{1+1.267s} \\ &= 0.2726 \frac{1+17.86s}{1+1.267s} \end{aligned}$$

右辺の 1 つ目の 2 次/2 次式は

$$\begin{aligned} \frac{[\zeta_p, \omega_p]}{s(s+2/T_d)} &= \frac{s + \omega_p^2 T_d/2}{s} - \{1 + (T_d/2) \cdot (\omega_p^2 T_d/2 - 2\zeta_p \omega_p)\} \frac{1}{1 + (T_d/2)s} \\ &= \frac{s+0.4942}{s} - 0.6265 \frac{1}{1+0.25s} \end{aligned}$$

この右辺の 2 つ目の 2 次/2 次式の分母は次のようになる．

$$(s+a) \cdot (s+b) = \left[ \frac{a+b}{2\sqrt{ab}}, \sqrt{ab} \right] = [1.472, 0.1281]$$

従って、**次数を合わせた制御対象の逆関数** (図 2.1 のブロック図の要素) は次のようになる。

$$\frac{1}{T_d^2 s(s+2/T_d)} \cdot \frac{\tilde{P}(s)}{\tilde{Q}(s)} = 0.2726 \frac{1+17.86s}{1+1.267s} \times \left\{ \frac{s+0.4942}{s} - 0.6265 \frac{1}{1+0.25s} \right\} \cdot \frac{[0.7067, 0.3770]}{[1.472, 0.1281]}$$

この理論の詳細は参考資料 1) をご覧ください。これらの一連の計算は KMAP 内で自動的に処理されます。

#### 4. ピッチ角保持 3 の具体的な設計

ピッチ角保持 2 の最適ゲインを計算した後は、これを基に内部モデル制御を適用してピッチ角保持 3 に変換するのは、次の手順によって簡単に実現できる。

KMAP を起動して、まず、「ピッチ角保持 2」の最適ゲイン計算を実施する。これは KMAP を一度起動してから 1 回実施すればよい。(KMAP 再起動時は再度実行する必要がある)

次に、計算実行後に表示される「解析結果の表示」画面において、「0 0」と 0 を 2 回キーイン/Enter すると、初期画面に戻ります。ここで、

- ① 「KMAP\*\*\*解析内容選択」⇒ “23” キーイン
- ② 「設計方式」⇒ “13” をキーイン
- ③ 「機体データの取得方法」⇒ここでは例として、“99” をキーイン
- ④ 「機体データの取得」⇒ここでは例として“44” をキーイン  
(CDES. B777-200. Y120505. DAT)
- ⑤ 「制御則の選択」⇒ “103” キーイン

ピッチ角保持 3 (ピッチ角保持 2 + 内部モデル制御) (102 から変換)

- ⑥ ピッチ角保持 2 を実施済みかどうかと表示されるので、1 をキーイン
- ⑦ 「インプットデータ修正 (後半部)」と表示されるので、次のようにキーイン 0 1 7

このとき、解析計算が自動的に実行されて、次の「解析結果の表示」の画面になる。なお、この解析計算では、その前に計算された「ピッチ角保持 2」の最適ゲインを用いて制御則内の構成を内部モデル制御に変換が実施されるだけで、「ピッチ角保持 3」として最適ゲイン計算するわけではない。

これで解析計算が自動的に実行されて、次の「解析結果の表示」の画面になる。  
ここで、“9” とすると「安定性解析結果」が数値で次のように表示される。

```
..... (釣り合い飛行時のデータ) .....
S = 0.42800E+03 (m2)   CBAR = 0.79460E+01 (m)   Hp = 0.15000E+04 (ft)
W = 0.16091E+06 (kgf) qbarS= 0.19261E+06 (kgf) ROU = 0.11952E+00 (kgf·s2/m4)
V = 0.86778E+02 (m/s) VKEAS= 0.16500E+03 (kt)   Iy = 0.29381E+07 (kgf·m·s2)
θ= 0.37503E+01 (deg) α = 0.37503E+01 (deg) CG = 0.25000E+02 (%MAC)
CL= 0.83552E+00 (—)   CD = 0.13045E+00 (—)   CDα= 0.83653E-02 (1/deg)
(この CL, CD, CDα は初期釣合 G に必要な CL, CD, CDα です)
T = 0.24890E+05 (kgf) δf = 0.20000E+02 (deg) δe = -0.18750E+01 (deg)
縦安定中正点 (neutral point) hn=(0.25-Cmα/CLα)*100= 0.48983E+02 (%MAC)
脚 ΔCD= 0.20000E-01 (—),   スピードブレーキ ΔCD= 0.40000E-01 (—)
脚-DN,   スピートブレーキ オフン,   初期フラップ角 δfpilot= 0.20000E+02 (deg)
(微係数推算用フラップ δf = 0.20000E+02 (deg))
```

| (CG=25%)              | (CG= 25.00%)         | (フライト <sup>o</sup> 有次元) |
|-----------------------|----------------------|-------------------------|
| Cxu = -0.370422E+00   | Cxu = -0.370422E+00  | Xu = -0.352695E-01      |
| Cxα = 0.621621E-02    | Cxα = 0.621621E-02   | Xα = 0.743927E-01       |
| Czu = 0.000000E+00    | Czu = 0.000000E+00   | Zu' = -0.149163E+00     |
| CLα = 0.107293E+00    | CLα = 0.107293E+00   | Zα' = -0.845914E+00     |
| CLδe = 0.579212E-02   | CLδe = 0.579212E-02  | Zδe' = -0.448666E-01    |
| CLδf = 0.215446E-01   | CLδf = 0.215446E-01  | Zδf' = -0.166888E+00    |
| Cmu = 0.000000E+00    | Cmu = 0.000000E+00   | Mu' = 0.319093E-01      |
| Cmα = -0.257326E-01   | Cmα = -0.257326E-01  | Mα' = -0.587124E+00     |
| Cmδe = -0.221051E-01  | Cmδe = -0.221051E-01 | Mδe' = -0.650209E+00    |
| Cmδf = -0.625773E-02  | Cmδf = -0.625773E-02 | Mδf' = -0.151084E+00    |
| Cmq = -0.292629E+02   | Cmq = -0.292629E+02  | Mq' = -0.911825E+00     |
| CmαD = -0.896966E+01  | CmαD = -0.896966E+01 | Mθ' = 0.158005E-02      |
| (Mu = 0.000000E+00)   | (Mα = -0.768083E+00) | (Mδe = -0.659807E+00)   |
| (Mδf = -0.186785E+00) | (Mq = -0.697904E+00) | (MαD = -0.213922E+00)   |

\*\*\*\*\*

(NAERO=11) 縦 δ e コントロールシステム解析

●出力キー: i=4:u, 5:ALP, 6:q, 7:THE (不明なら 7 入力)

----(INPUT)---- 出力 i=7

\*\*\*\*\* (フィードバック前の極チェック) \*\*\*\*\*

\*\*\*\*\* POLES \*\*\*\*\*

POLES(12), EIVMAX= 0.300D+02

| N  | REAL            | IMAG            |                           |
|----|-----------------|-----------------|---------------------------|
| 1  | -0.21000000D+02 | -0.21424286D+02 | [ 0.7000E+00, 0.3000E+02] |
| 2  | -0.21000000D+02 | 0.21424286D+02  | 周期 P(sec)= 0.2933E+00     |
| 3  | -0.40000000D+01 | 0.00000000D+00  |                           |
| 4  | -0.88543502D+00 | -0.76987169D+00 | [ 0.7546E+00, 0.1173E+01] |
| 5  | -0.88543502D+00 | 0.76987169D+00  | 周期 P(sec)= 0.8161E+01     |
| 6  | -0.79051384D+00 | 0.00000000D+00  |                           |
| 7  | -0.32693395D+00 | 0.00000000D+00  |                           |
| 8  | -0.11237217D+00 | 0.00000000D+00  |                           |
| 9  | -0.50192426D-01 | 0.00000000D+00  |                           |
| 10 | -0.11069158D-01 | -0.11805050D+00 | [ 0.9336E-01, 0.1186E+00] |
| 11 | -0.11069158D-01 | 0.11805050D+00  | 周期 P(sec)= 0.5322E+02     |
| 12 | 0.00000000D+00  | 0.00000000D+00  |                           |

\*\*\*\*\*

(以下の解析結果はインプットデータの制御則による)

\*\*\*\*\* POLES AND ZEROS \*\*\*\*\*

POLES(12), EIVMAX= 0.2959D+02

| N | REAL            | IMAG            |                           |
|---|-----------------|-----------------|---------------------------|
| 1 | -0.20765003D+02 | -0.21076480D+02 | [ 0.7018E+00, 0.2959E+02] |
| 2 | -0.20765003D+02 | 0.21076480D+02  | 周期 P(sec)= 0.2981E+00     |
| 3 | -0.18968176D+01 | -0.62077080D+00 | [ 0.9504E+00, 0.1996E+01] |

```

4  -0.18968176D+01    0.62077080D+00    周期 P(sec)= 0.1012E+02
5  -0.99617650D+00   -0.99496799D+00 [ 0.7075E+00, 0.1408E+01]
6  -0.99617650D+00    0.99496799D+00    周期 P(sec)= 0.6315E+01
7  -0.79045278D+00    0.00000000D+00
8  -0.32704348D+00    0.00000000D+00
9  -0.26671160D+00   -0.26687889D+00 [ 0.7069E+00, 0.3773E+00]
10 -0.26671160D+00    0.26687889D+00    周期 P(sec)= 0.2354E+02
11 -0.55927849D-01    0.00000000D+00
12 -0.50178966D-01    0.00000000D+00
ZEROS( 8), II/JJ= 7/ 1, G= 0.3488D+04
N      REAL          IMAG
1  -0.99614997D+00   -0.99482924D+00 [ 0.7076E+00, 0.1408E+01]
2  -0.99614997D+00    0.99482924D+00
3  -0.79049008D+00    0.00000000D+00
4  -0.32701111D+00    0.00000000D+00
5  -0.26671337D+00   -0.26686938D+00 [ 0.7069E+00, 0.3773E+00]
6  -0.26671337D+00    0.26686938D+00
7  -0.55928414D-01    0.00000000D+00
8  -0.50179632D-01    0.00000000D+00

```

入力 1.0 のステップ応答定常値= 0.1000E+01

\*\*\*\*\* POLES AND ZEROS \*\*\*\*\*

POLES(12), EIVMAX= 0.2952D+02

```

N      REAL          IMAG
1  -0.20661922D+02   -0.21088746D+02 [ 0.6998E+00, 0.2952E+02]
2  -0.20661922D+02    0.21088746D+02    周期 P(sec)= 0.2979E+00
3  -0.40000000D+01    0.00000000D+00
4  -0.99610067D+00   -0.99485873D+00 [ 0.7075E+00, 0.1408E+01]
5  -0.99610067D+00    0.99485873D+00    周期 P(sec)= 0.6316E+01
6  -0.79051384D+00    0.00000000D+00
7  -0.32693395D+00    0.00000000D+00
8  -0.26669785D+00   -0.26685476D+00 [ 0.7069E+00, 0.3773E+00]
9  -0.26669785D+00    0.26685476D+00    周期 P(sec)= 0.2355E+02
10 -0.55938158D-01    0.00000000D+00
11 -0.50192426D-01    0.00000000D+00
12  0.00000000D+00    0.00000000D+00
ZEROS( 8), II/JJ= 1/ 4, G=-0.3488D+04

```

```

N      REAL          IMAG
1  -0.99614997D+00   -0.99482924D+00 [ 0.7076E+00, 0.1408E+01]
2  -0.99614997D+00    0.99482924D+00
3  -0.79049008D+00    0.00000000D+00
4  -0.32701111D+00    0.00000000D+00
5  -0.26671337D+00   -0.26686938D+00 [ 0.7069E+00, 0.3773E+00]
6  -0.26671337D+00    0.26686938D+00
7  -0.55928414D-01    0.00000000D+00
8  -0.50179632D-01    0.00000000D+00

```

入力 1.0 のステップ応答定常値=-0.7139E+06

```

-----
          周波数          ゲイン余裕          位相余裕
          1.0000 (rad/s)          (1) 26.5155 (dB)          (1) 73.69183 (deg)
          9.1000 (rad/s)
-----

```

ゲイン余裕最小値= 26.5155 (dB), 位相余裕最小値= 73.69183 (deg)

- (注 1) 空中では初期速度が 10kt を超え、かつ、インプットデータで脚下げ指定の場合は脚 DN およびスピードブレーキオープンとしてトリム計算する。  
(注 2) 空中では初期速度が 10kt 以下の場合、フラップと連動して、フラップ 5° 以上で脚 DN とする。

(注 3) 滑走中は脚は常に DN, また, スピードブレーキは初期速度が 10kt を超える場合にオープン.

次に, 「解析結果の表示」の画面で「10」とキーイン/Enterすると, 次の根軌跡と極・零点の図を表示できる. 図 4.1 は根軌跡であるが,  $s=0.0$  と  $-4.0$  ( $s=-2/T_d$ )の極が近づいて上に上がって行き, アクチュエータの  $s=-20.7 \pm j21.1$  の極が左上に移動する単純な根軌跡となっていることがわかる.

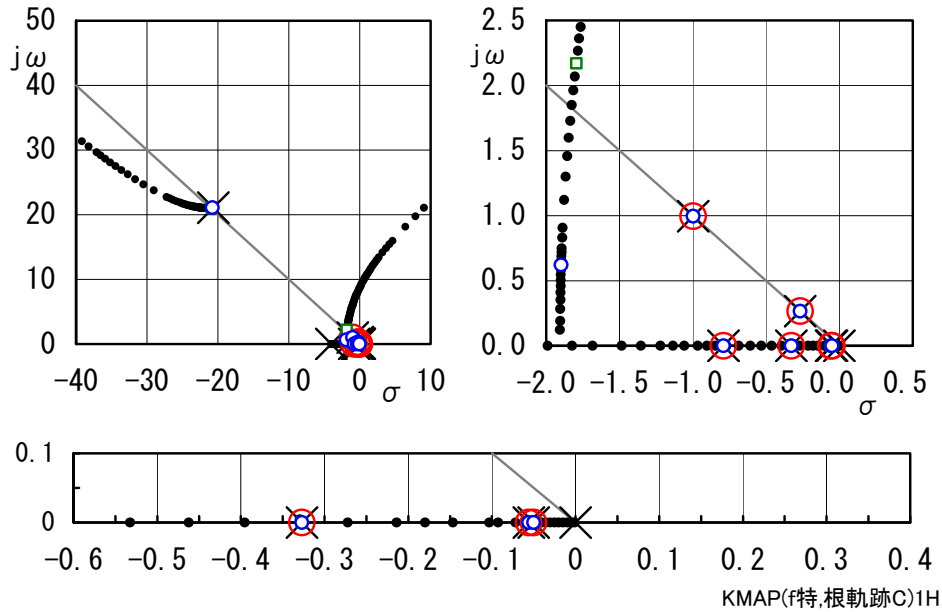


図 4.1 ピッチ角保持 3(内部モデル制御)の根軌跡

図 4.2 の極・零点から, 2つの振動根以外は, 零点でキャンセルされていることがわかる.

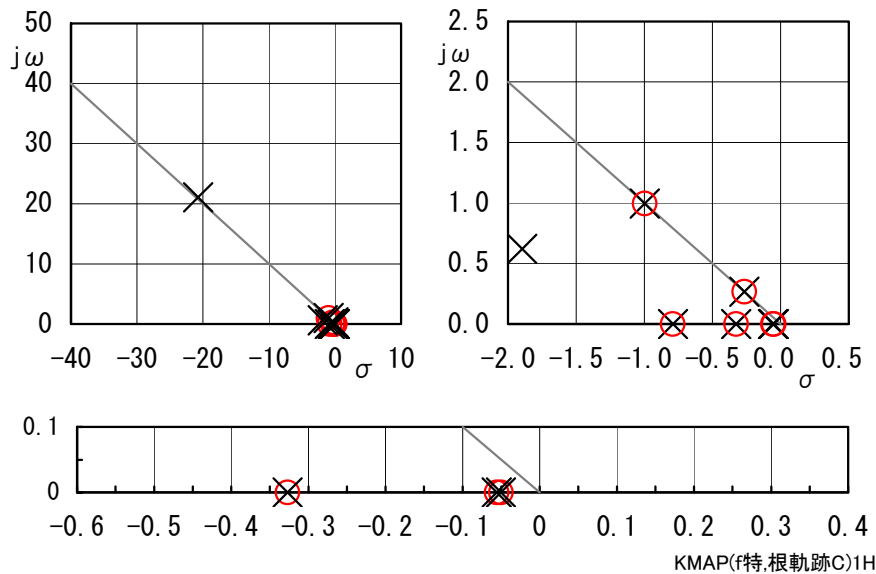


図 4.2 ピッチ角保持 3(内部モデル制御)の極・零点

次に, 「解析結果の表示」画面で「2」とキーイン/Enterすると, シミュレーション図を次のように Excel 表示させることができる.

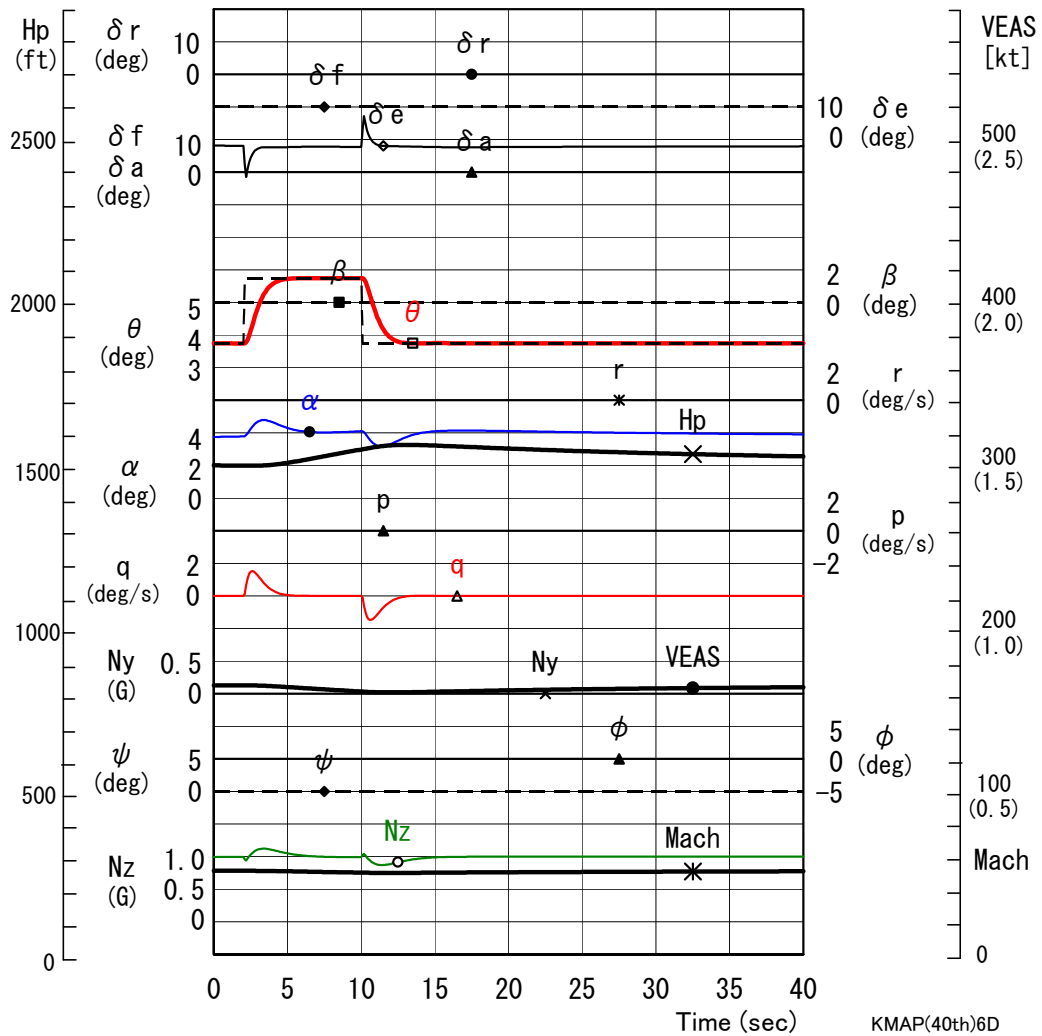


図 4.3 ピッチ角保持 3 (内部モデル制御) のシミュレーション

図 4.3 から、ピッチ角コマンドに対してピッチ角がしっかり追従していることがわかる。

#### 参考資料

- 1) 片柳亮二：例題で学ぶ航空制御工学，技報堂出版，2014.

以上