

## 1.5 縦短周期の飛行特性 (パイロットが好む応答特性とは?)

H25(2013).9.7(A) 片柳亮二

1.4項では、縦系の周期の短い運動を検討するための解析式を求めました。ここでは、それらの解析式を用いてパイロットが好む縦の短周期応答特性について検討してみましょう。解析式の説明や運動の図については1.4項を参照して下さい。

1.4項で求めた解析式を結果のみ以下に示します。  
昇降舵舵角  $\delta$  に対する迎角  $\alpha$  の応答特性：

$$\frac{\alpha}{\delta} = \frac{M'_{\delta}}{s^2 + 2\zeta_{sp}\omega_{sp}s + \omega_{sp}^2} \quad (1)$$

ここで、

$$\begin{cases} \omega_{sp}^2 = M'_q \bar{Z}_\alpha - M'_\alpha \\ 2\zeta_{sp}\omega_{sp} = -M'_q - \bar{Z}_\alpha \end{cases} \quad (2)$$

ピッチ角速度：

$$\frac{q}{\delta} = \frac{M'_{\delta} \left( s + \frac{1}{T_{\theta_2}} \right)}{s^2 + 2\zeta_{sp}\omega_{sp}s + \omega_{sp}^2}, \quad \text{ただし} \quad \frac{1}{T_{\theta_2}} = -\bar{Z}_\alpha = \frac{\rho V S}{2m} C_{L_\alpha} \times 57.3 \quad (3)$$

ピッチ姿勢角：

$$\frac{\theta}{\delta} = \frac{1}{s} \cdot \frac{q}{\delta} = \frac{M'_{\delta} \left( s + \frac{1}{T_{\theta_2}} \right)}{s \left( s^2 + 2\zeta_{sp}\omega_{sp}s + \omega_{sp}^2 \right)} \quad (4)$$

飛行経路角，高度，荷重倍数（垂直加速度）：

$$\frac{\gamma}{\delta} = \frac{\theta - \alpha}{\delta} = \frac{M'_{\delta} / T_{\theta_2}}{s \left( s^2 + 2\zeta_{sp}\omega_{sp}s + \omega_{sp}^2 \right)} \quad (5)$$

$$\frac{h}{\delta} = \frac{V}{57.3s} \cdot \frac{\gamma}{\delta}, \quad \frac{\Delta n_z}{\delta} = \frac{s^2}{g} \cdot \frac{h}{\delta} = \frac{Vs}{57.3g} \cdot \frac{\gamma}{\delta} \quad (6)$$

ピッチ姿勢角に対する迎角，飛行経路角，荷重倍数：

$$\frac{\alpha}{\theta} = \frac{T_{\theta_2}s}{1 + T_{\theta_2}s}, \quad \frac{\gamma}{\theta} = 1 - \frac{\alpha}{\theta} = \frac{1}{1 + T_{\theta_2}s}, \quad \frac{\Delta n_z}{\theta} = \frac{V}{57.3g} \cdot \frac{s}{1 + T_{\theta_2}s} \quad (7)$$

さて、これらの関係式を用いて、以下短周期の飛行特性を検討しましょう。

## (1) Control Sensitivity

**Control Sensitivity** とは、**単位操舵力当たりの初期ピッチ角加速度の大きさ、すなわち姿勢制御の感度を表す量**です。(4)式からピッチ角加速度は

$$\frac{\ddot{\theta}}{\delta} = \frac{M'_{\dot{\alpha}} s^2 \left( s + \frac{1}{T_{\theta_2}} \right)}{s^2 + 2\zeta_{sp}\omega_{sp}s + \omega_{sp}^2} \quad (8)$$

で表されます。ラプラス変換法では、 $\alpha$ をステップ上に操舵した場合の応答の初期値は、(8)式において $s \rightarrow \infty$ とすることで簡単に得ることができます。その結果は次式で与えられます。

$$\left( \ddot{\theta} / \delta \right)_{t=0} = M'_{\dot{\alpha}} \quad (9)$$

昇降舵操舵力を $F$ で表し、操縦システムのギアリングを $(\partial\delta/\partial F)$ と書くと、Control Sensitivityは次式で与えられます。

$$\left( \ddot{\theta} / F \right)_{t=0} = \left( \ddot{\theta} / \delta \right)_{t=0} \cdot (\partial\delta/\partial F) \quad (10)$$

## (2) Stick-force per g (操舵力の勾配)

**Stick-force per g** とは、トリム状態から上側に**荷重倍数 1 (g)を出すのに必要な操舵力**です。(5)式および(6)式から

$$\frac{\Delta n_z}{\delta} = \frac{V}{57.3g} \cdot \frac{M'_{\dot{\alpha}} / T_{\theta_2}}{s^2 + 2\zeta_{sp}\omega_{sp}s + \omega_{sp}^2} \quad (11)$$

と表されます。ラプラス変換法では、 $\alpha$ をステップ上に操舵した場合の応答の定常値(時間が十分経過した収束値)は、(11)式において $s \rightarrow 0$ とすることで簡単に得ることができます。その結果は次式で与えられます。

$$\left( \Delta n_z / \delta \right)_{s.s.} = \frac{V}{57.3g} \cdot \frac{M'_{\dot{\alpha}} / T_{\theta_2}}{\omega_{sp}^2} \quad (12)$$

Stick-force per g ( $F/n$ )は

$$F/n = \frac{1}{\left( \Delta n_z / \delta \right)_{s.s.}} \cdot \frac{1}{(\partial\delta/\partial F)} \quad (13)$$

と表されるので、(12)式の結果を用いると次式が得られます。

$$F/n = \frac{57.3}{(\partial\delta/\partial F)M'_{\dot{\alpha}}} \cdot \frac{\omega_{sp}^2}{(V/g) \cdot (1/T_{\theta_2})} \quad (14)$$

また、(9)式を用いると $F/n$ は次のようにも表すことができます。

$$F/n = \frac{57.3}{(\partial\delta/\partial F) \cdot \left( \ddot{\theta} / \delta \right)_{t=0}} \cdot \frac{\omega_{sp}^2}{(V/g) \cdot (1/T_{\theta_2})} \quad (15)$$

さらに、後述する(2.5-21)式の $n/\alpha$ を用いると $F/n$ は次のようにも表すことができます。

$$F/n = \frac{57.3}{(\partial\delta/\partial F) \cdot \left( \ddot{\theta} / \delta \right)_{t=0}} \cdot \frac{\omega_{sp}^2}{n/\alpha} \quad (16)$$

### (3) Normal Acceleration Sensitivity

**Normal Acceleration Sensitivity**とは、**単位迎角あたりの荷重倍数の増加量の定常値**  $n/\alpha$  です。(1)式から

$$(\alpha/\delta)_{s.s.} = \frac{M'_{\delta}}{\omega_{sp}^2} \quad (17)$$

となるので、(12)式と組み合わせることにより  $n/\alpha$  は次式で与えられます。

$$n/\alpha = \frac{(\Delta n_z/\delta)_{s.s.}}{(\alpha/\delta)_{s.s.}} \times 57.3 = \frac{V}{g} \cdot \frac{1}{T_{\theta_2}} \quad [\text{g/rad}] \quad (18)$$

パイロットが飛行経路を変化させたい場合は、昇降舵を操作して迎角を変え、これによって生ずる揚力増分により垂直加速度を発生させるわけです。従って単位迎角あたりの荷重倍数（揚力を機体重量で割った値）の増加量  $n/\alpha$  は、縦の操縦性を支配する最も基本的なパラメータと言えます。

$n/\alpha$  が **小さ過ぎる場合**は、**運動の垂直加速度を出すために必要な迎角増分が過大** となってしまいます。加速度（荷重倍数の増分  $\Delta n_z$  に  $g$  をかけたものが加速度）と姿勢角変化との関係を見てみましょう。(7)式から

$$\Delta n_z = \frac{V}{57.3g} \cdot \frac{\dot{\theta}}{1+T_{\theta_2}s}, \quad \therefore \dot{\theta} = \frac{57.3g}{V} (\Delta n_z + T_{\theta_2} \Delta \dot{n}_z) \quad (19)$$

となります。 $n/\alpha$  が小さいと(18)式から  $T_{\theta_2}$  が大きいことに対応しますから、適性な加速度応答をさせようとすると、図1に示すようにピッチ角速度  $\dot{\theta}$  は大きくオーバーシュートすることになります。

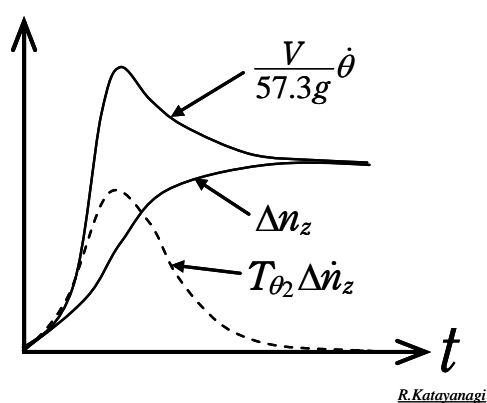


図1 加速度とピッチ角速度

逆に、(19)式から

$$\frac{\Delta n_z}{\dot{\theta}} = \frac{V}{57.3g} \cdot \frac{1}{1+T_{\theta_2}s} \quad (20)$$

の関係があり、 $T_{\theta_2}$  が大きいためにピッチ角速度に対する加速度変化が遅

れることとなります。これはパイロットが飛行経路角（加速度を積分したものに等しい）を変化させるために、ピッチ角速度をオーバーシュートさせながら操縦するという難しい対応が必要となります。

一般的に低速域では迎角の変化に対する垂直加速度が小さいため、 $n/\alpha$ の値は小さくなります。 $n/\alpha$ は $1/T_{\theta_2}$ に比例しますが、(3)式から分かるように $1/T_{\theta_2}$ が速度に比例するからです。このような低速域では加速度制御よりは姿勢角の制御が操縦の主体となります。(7)式からピッチ角速度に対する迎角変化の定常値は

$$\left(\frac{\alpha}{\theta}\right)_{s.s.} = T_{\theta_2} \quad (21)$$

となりますから、 $T_{\theta_2}$ が大きい（ $n/\alpha$ が小さい）低速域では、迎角が大きくなり過ぎるのを避けるために、パイロットは操舵力に対する迎角の応答 $\alpha/F$ が一定となるようなギアリングを好む傾向があります。そして $n/\alpha$ が小さい時には必要な迎角変化を容易に実現できるように、 $\alpha/F$ はその一定の値以上になるようにしておく必要があります。このとき

$$\frac{\alpha}{F} = \frac{1}{(n/\alpha) \cdot (F/n)} \geq \text{一定} \quad (22)$$

の関係式から

$$F/n \leq \frac{\text{一定}}{n/\alpha} \quad (23)$$

が得られます。(23)式は、図2の $n/\alpha$ が小さい時の Stick-force per g ( $F/n$ )の最大値を与えます。

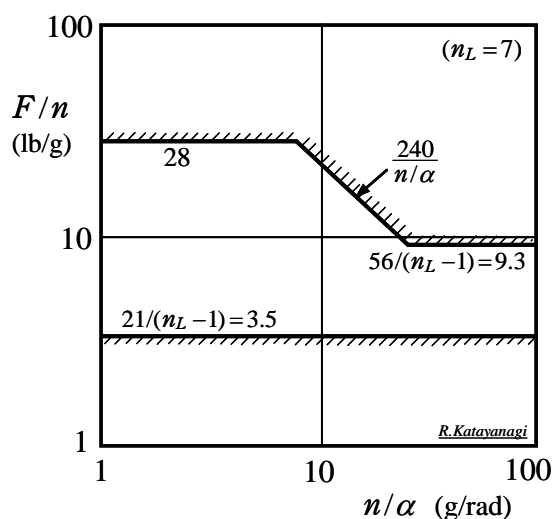


図2  $F/n \sim n/\alpha$  設計基準

$n/\alpha$ が**大き過ぎる場合は**、**小さな迎角変化も大きな揚力変化をもたらすため、経路角の制御が難しく**なってしまいます。一般的に高速域では迎角の変化に対する垂直加速度が大きいため、 $n/\alpha$ の値は大きくなります。このような高速域では垂直加速度の制御が重要関心事であり、 $F/n$ が

一定となるようなギアリングを好む傾向があります。そして  $n/\alpha$  が大きい時に必要な加速度を容易に実現できるように、 $F/n$  はその一定値以下になるようにしておく必要があります。この  $F/n$  一定の値は、 $n/\alpha$  の大きいときの  $F/n$  一定の最大値を与えます。

このように  $n/\alpha$  には適切な範囲があり、これに対応して Stick-force per g ( $F/n$ ) も適正な範囲があることが分かります。さらに  $F/n$  が重すぎたり軽すぎないように上下限を加えたものが図 2 の設計基準です。stick-force per g (操舵力の勾配) は、定常旋回や引き起こし運動に重要なパラメータとなります。

#### (4) Control Anticipation Parameter

**Control Anticipation Parameter (CAP)** は、パイロットが**経路角制御**を行う場合、**初期のピッチ角加速度応答を予測して操縦しているという仮定から考えられたパラメータ**です。(9)式および(12)式から CAP は次式で与えられます。

$$CAP = \frac{(\ddot{\theta}/\delta)_{t=0}}{(\Delta n_z/\delta)_{s.s.}} \cdot \frac{1}{57.3} = \frac{\omega_{sp}^2}{(V/g) \cdot (1/T_{\theta_2})} \quad (24)$$

また、CAP は(18)式の  $n/\alpha$  を用いて次のように表わすことができます。

$$CAP = \frac{\omega_{sp}^2}{n/\alpha} \quad [(\text{rad/s})^2/(\text{g/rad})] \quad (25)$$

一方、(16)式の  $F/n$  を用いると CAP は次のようにも表すことができます。

$$CAP = \frac{\partial \delta / \partial F}{57.3} (F/n) \cdot (\ddot{\theta}/\delta)_{t=0} \quad (26)$$

すなわち、CAP は  $F/n$  (stick-force per g) の値と初期ピッチ応答量の積と考えることができます。

**CAP の値が小さい場合**、(26)式から  $F/n$  を**適正な値に設定**すると、**初期のピッチ応答は緩慢**となります。その結果大きな操舵力を使うようになりオーバーシュートし易くなります。逆に**初期応答を適正**にすると、 **$F/n$ は軽くなる傾向**があります。

**CAP の値が大きい場合**、 $F/n$  を**適正な値に設定**すると、**初期のピッチ応答は過敏**になり、慎重な操縦が必要になります。逆に**初期応答を適正**にすると、 **$F/n$ は重くなる傾向**があります。

CAP と  $n/\alpha$  の適正值については、図 3 のような設計基準がリコメンドされています。

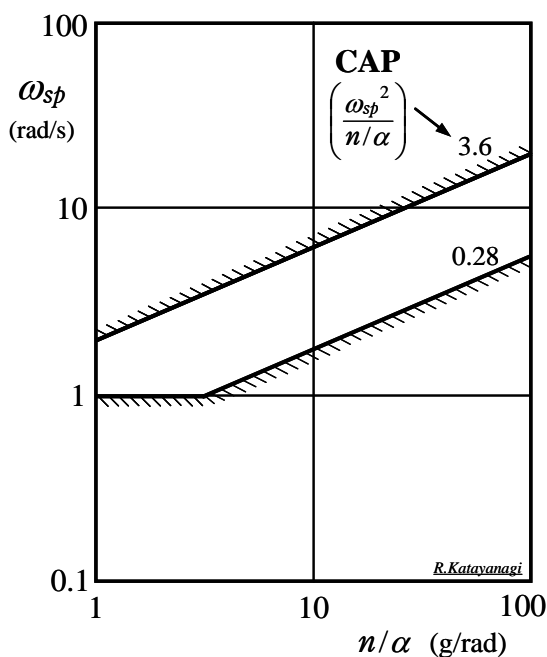


図3  $\omega_{sp}$ , CAP,  $n/\alpha$  設計基準

#### (5) 固有振動数 $\omega_{sp}$ およびダンピング $\zeta_{sp}$

(1)式右辺分母の  $\omega_{sp}$  は短周期応答の固有振動数，また  $\zeta_{sp}$  は応答の減衰比（ダンピング）を表します．設計基準では，

$$\omega_{sp} \geq 1.0 \quad (\text{図3参照}), \quad \zeta_{sp} = 0.35 \sim 1.30 \quad (27)$$

がリコメンドされています．

#### (6) $\omega_{sp}T_{\theta_2}$ に関する規定

(7)式からピッチ角変化に対する迎角および経路角変化は次式で表されます．

$$\frac{\gamma}{\theta} = \frac{1}{1+T_{\theta_2}s} = \frac{1}{1+j\omega T_{\theta_2}} \quad (s=j\omega \text{ の周波数応答}) \quad (28)$$

この式から，ピッチ角を変化させたときの経路角変化の応答は，振動数  $\omega < 1/T_{\theta_2}$  ではゲインが1，振動数  $\omega > 1/T_{\theta_2}$  ではゲインが下がり，応答も遅れる特性を示します．従って，短周期の固有振動数  $\omega_{sp}$  が  $1/T_{\theta_2}$  よりも小さい場合には，操舵入力に対してピッチ角と経路角応答は固有振動数  $\omega_{sp}$  の運動として同じ量（ゲインが1）で，両者遅れなしに応答することになります．その結果，パイロットは応答が急であると感じます．このような背景から， $\omega_{sp}T_{\theta_2}$  に関する設計基準では

$$\omega_{sp}T_{\theta_2} \geq 1.6 \quad (29)$$

リコメンドされています．

#### (7) 操舵力

操舵力に関しては(2)項の操舵力勾配の他に，操舵力自体についても適正にする必要があります．特に，離着陸時において操舵力の操縦性に及

ばす影響は大きいため、設計基準では表1および表2の値がリコメンドされています。

表1 離陸時操舵力

クラス	引き (lb)	押し (lb)
小型機	20	10
輸送機	50	20

表2 着陸時操舵力

クラス	引き (lb)
小型機	35
輸送機	50

以上